

# Equazione di quarto grado

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Si definisce **equazione di quarto grado** o **quartica** quell'equazione in cui il grado più alto dell'incognita è il quarto. Nella forma canonica, assume la forma

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

La prima soluzione generale dell'equazione di quarto grado si deve al matematico italiano Ludovico Ferrari, pubblicata però nel 1545 nell'*Artis Magnae sive de regulis algebraicis* di Gerolamo Cardano.

Dopo la pubblicazione del lavoro di Cardano, che conteneva anche il metodo risolutivo dell'equazione di terzo grado, si profuse grande impegno nel trovare le soluzioni di equazioni di quinto grado e superiore, ma invano: solo due secoli e mezzo dopo si dimostrò (Évariste Galois) che non esistevano metodi risolutivi generali per equazioni di grado superiore al quarto.

Infatti i lavori di Paolo Ruffini del 1799, in maniera incompleta, e di Niels Abel nel 1824, in maniera esaustiva, costituiscono complessivamente quello oggi noto come

Teorema di Abel-Ruffini. In particolare il torinese Lagrange trovò che l'equazione risolvente di un'equazione di quinto grado è un'equazione di sesto. Il tutto si ricollega, tramite i lavori di Lagrange, ai risultati di Galois nella teoria dei gruppi.

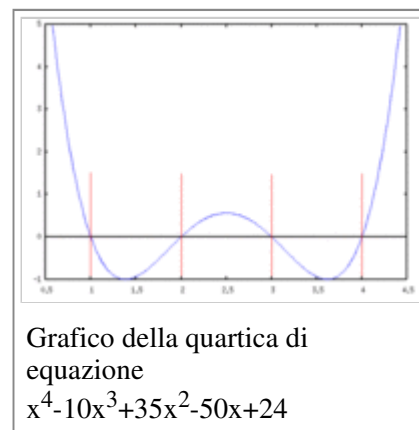


Grafico della quartica di equazione  
 $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$

## Metodo risolutivo

Il metodo risolutivo è imperniato sulla risoluzione di un'equazione di terzo grado, detta *risolvente*. Poiché la formula è veramente lunga e complessa, si preferisce solitamente riportare il metodo risolutivo in forma di algoritmo, alla maniera del metodo babilonese per la risoluzione dell'equazione di secondo grado.

Per trovare la soluzione tramite il metodo della risolvente, l'equazione deve avere la forma

$$1) \quad x^4 + px^2 + q = rx$$

La cosa è sempre possibile, in quanto ogni equazione nella forma

$$z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0$$

si riconduce alla **1** ponendo

$$z = x - \frac{a}{4}$$

Elenchiamo i passi da fare per ottenere la soluzione

1. Si porta il membro a sinistra ad essere il quadrato di un binomio. Per fare ciò, si aggiunge ad

entrambi i membri dell'equazione la quantità  $(2\sqrt{q} - p)x^2$ , ottenendo

$$(x^2 + \sqrt{q})^2 = rx + (2\sqrt{q} - p)x^2$$

2. Si aggiunge ad entrambi i membri l'incognita  $y$ , e si porta il membro a sinistra ad essere il quadrato di un trinomio, aggiungendo le quantità opportune ad entrambi i membri:

$$2) \quad (x^2 + \sqrt{q} + y)^2 = (2\sqrt{q} - p + 2y)x^2 + rx + 2y\sqrt{q} + y^2$$

3. Si impone ora al membro a destra di essere il quadrato di un binomio in  $x$  e  $y$ , ossia si pone pari a zero il determinante dell'equazione di secondo grado in  $x$ . Si ottiene così la risolvente di terzo grado, da cui si ricava la  $y$ :

$$4(2\sqrt{q} - p + 2y)(2y\sqrt{q} + y^2) - r^2 = 0$$

$$8y^3 + (24\sqrt{q} - 4p)y^2 + (16q - 8p\sqrt{q})y - r^2 = 0$$

4. Si sostituiscono le  $y$  trovate nella **2**, e si estrae la radice quadrata di ambo i membri, cosa immediata per come è stata ricavata la  $y$ . Da questo passaggio si ottiene un'equazione di secondo grado.
5. Si risolve l'equazione di secondo grado, ottenendo due soluzioni per la  $x$
6. Si divide l'equazione di partenza per le due radici trovate, e si estraggono le altre due radici.

Nel caso si sia dovuto eliminare il termine di terzo grado, occorre ovviamente sommare a tutte le radici un quarto del termine di terzo grado per ottenere le soluzioni dell'equazione di partenza.

## Voci correlate

- Campo di Galois
- Equazione di primo grado
- Equazione di secondo grado
- Equazione di terzo grado
- Teorema di Abel-Ruffini
- Teoria dei gruppi

## Bibliografia e riferimenti

- Boyer, C., "Storia della matematica", 1976, Mondadori, ISBN 8804334312

Categorie: Equazioni | Polinomi | Voci di qualità su uk.wiki

- 
- Ultima modifica per la pagina: 17:31, 12 set 2007.
  - Tutti i testi sono disponibili nel rispetto dei termini della GNU Free Documentation License.